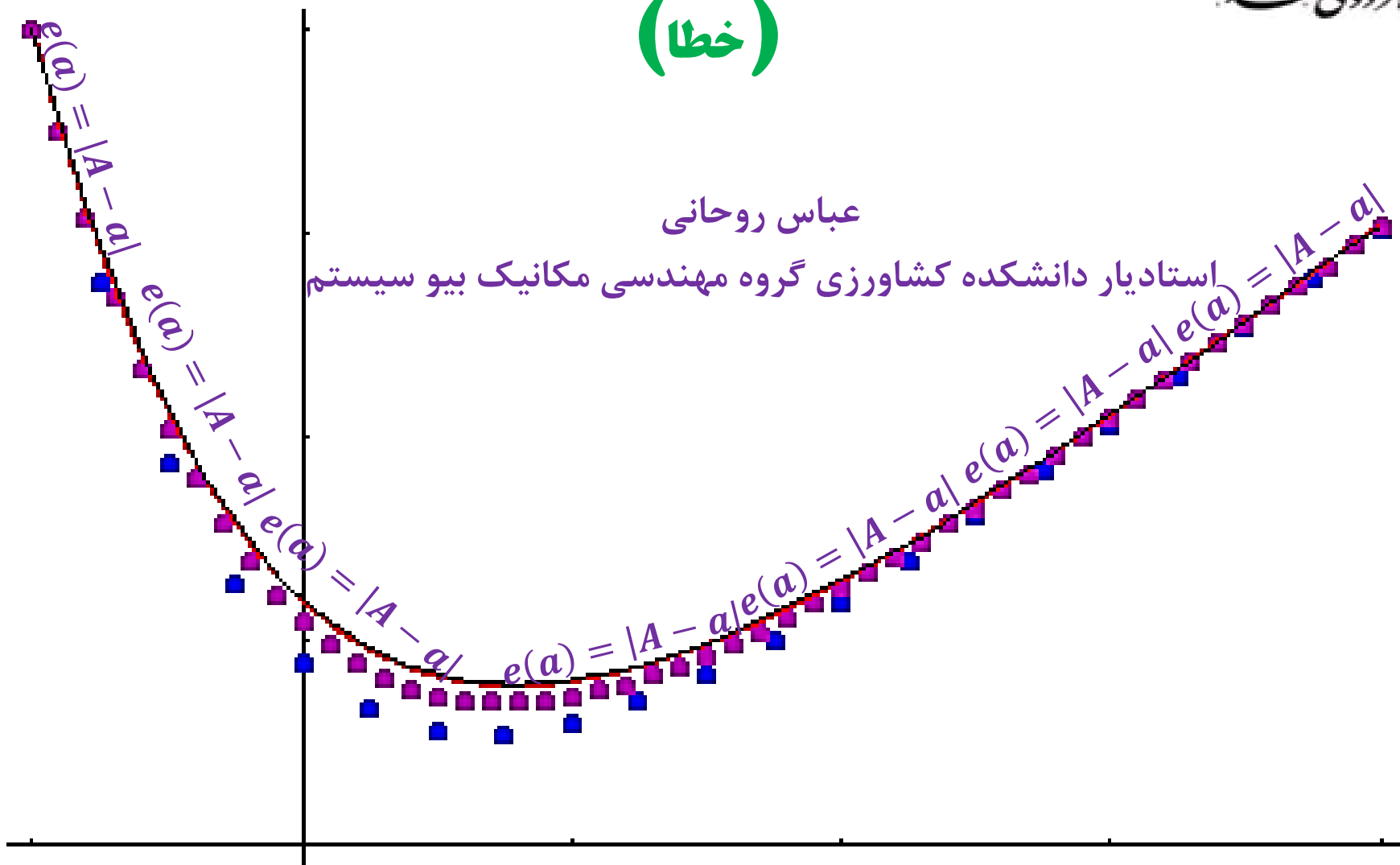


محاسبات عددی (خطا)

عباس روحانی

استادیار دانشکده کشاورزی گروه مهندسی مکانیک بیو سیستم



هدف:

آشنائی با روش‌ها و الگوریتم‌های حل عددی معادلات، انتگرال‌ها، مشتقات و معادلات دیفرانسیل
تعداد واحد: ۲ نوع واحد: نظری پیشنهاد: پیشنیاز: برنامه‌سازی کامپیوتر

سرفصل درس:

خطاها و اشتباهات، درون‌یابی و برون‌یابی، یافتن ریشه‌های معادلات با روش‌های مختلف، مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عددی، تفاوت‌های محدود، روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه ۱ و ۲، عملیات روی ماتریس‌ها و تعیین مقادیر ویژه آنها، حل دستگاه‌های معادلات خطی و غیر خطی، روش حداقل مربعات.

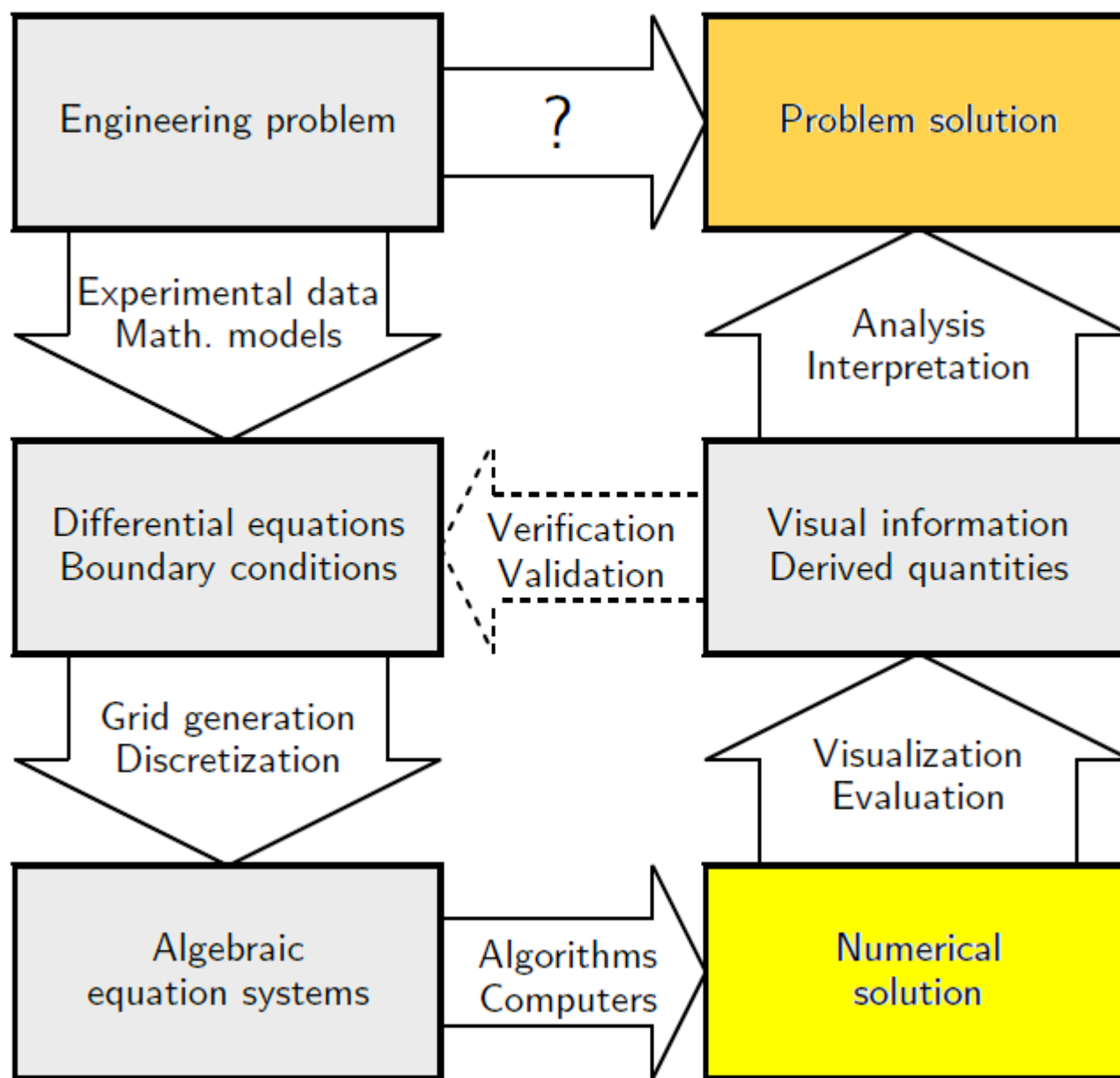
منبع اصلی: محاسبات عددی، دکتر مسعود نیکوکار و دکتر محمد تقی درویشی





مقدمه

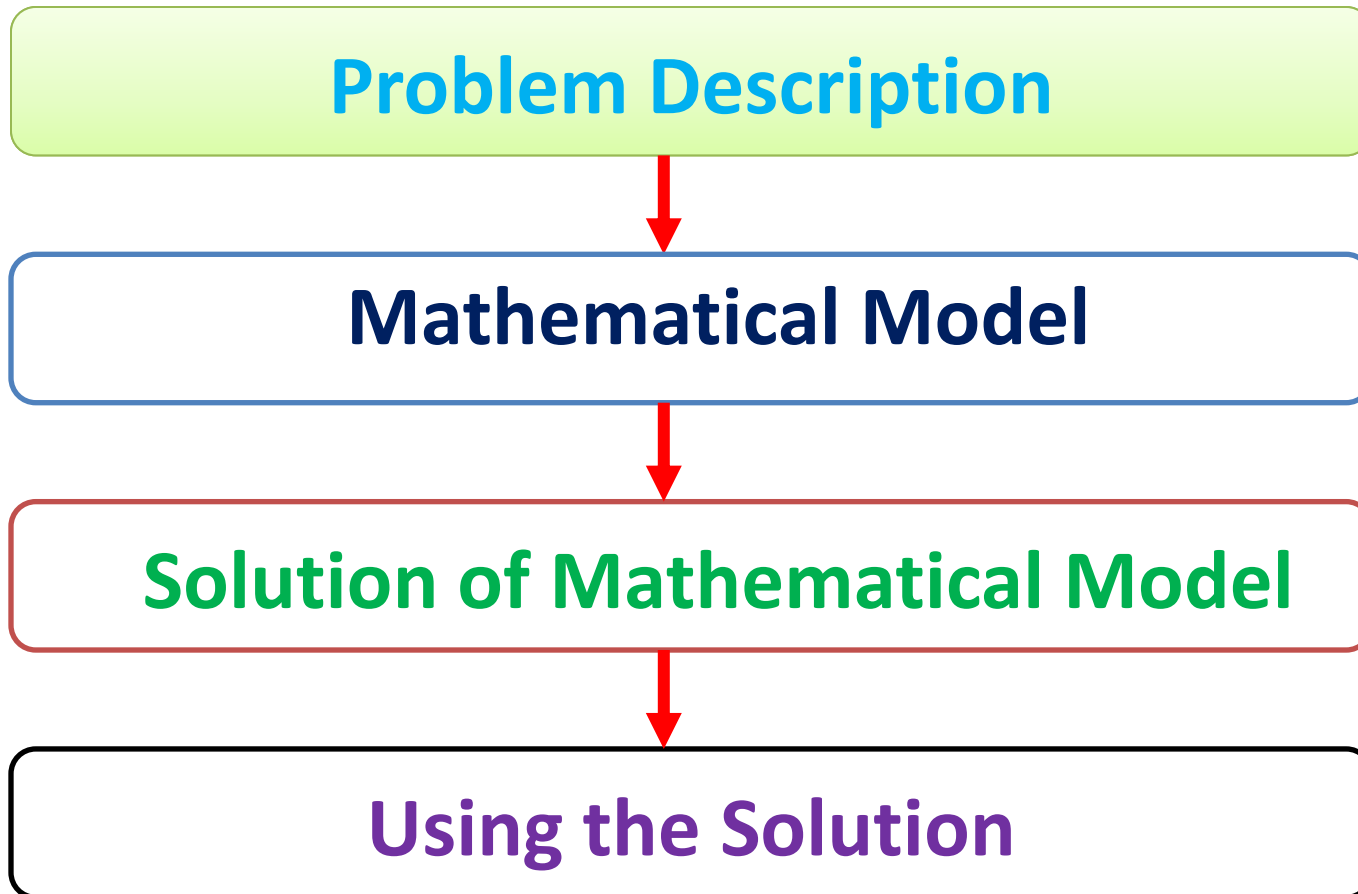
حل یک مسئله در مهندسی ممکن است منجر به یک مدل ریاضی شود، روش های تحلیلی در اغلب موارد واقعی نمی توانند به ما در پیدا کردن جواب های مدل کمک کنند لذا باید از روش های عددی برای یافتن جواب مسئله استفاده کرد.



Procedure for the application of numerical simulation techniques for the solution of engineering problems



How do we solve an engineering problem?



Ref> <http://numericalmethods.eng.usf.edu>

Example of Solving an Engineering Problem



<http://numericalmethods.eng.usf.edu>



خطا: حل عددی همیشه با تقریب ها و چشم پوشی ها سر و کار دارد که به آنها خطا می گویند.

منشاء خطا

۱. فرضیات مدل سازی

$$\sqrt{2} \cong 1.4142...$$

۲. خطا های دستگاه های داده بردار

$$\frac{1}{3} \cong 0.3333333$$

۳. نمایش اعداد

$$\pi = 3.1415926 ..., e = 2.7182818 ...$$

تعداد ارقام اعشار این اعداد نامتناهی است و با وجود حافظه محدود رایانه ها، تنها تعداد محدودی از این ارقام در محاسبات دخالت دارند.

۴. اعمال جبری مانند جمع، تفریق، ضرب و تقسیم

۵. استفاده از روش های عددی مانند جذر گیری

انواع خطاها در نمایش اعداد

۱. خطای برشی: این خطا ناشی وجود عملیات نامتناهی است.

$$A = u.a_1a_2\dots a_na_{n+1}\dots$$



u قسمت صحیح عدد A، n تعداد ارقام اعشار مورد استفاده در محاسبات

$$A = u.a_1a_2\dots a_n$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$



۲. خطای گرد کردن

$$A = u.a_1a_2\dots a_na_{n+1}\dots$$

عدد A تا n رقم گرد می کنیم تا به عدد a برسیم.

الف-اگر $a_{n+1} \geq 5$ آنگاه:

$$a = u.a_1a_2\dots a_n, \quad a_n' = a_n + 1$$

مثال، $n=20.20199 \dots \cong 20.2020$

ب-اگر $a_{n+1} < 5$ آنگاه:

$$a = u.a_1a_2\dots a_n, \quad a_n' = a_n$$

مثال، $n=20.20199 \dots \cong 20.20$



نکته ۱: اغلب تعداد ارقام اعشار قبل از یک عدد را با حرف D نشان می دهند.

عبارت (۳D) $4/732$ یعنی $4/732$ دارای سه رقم اعشار می باشد.

نکته ۲: خطای گرد کردن همواره کوچکتر یا مساوی $10^{-n} \times \frac{1}{2}$ می باشد.

نکته ۳:

الف - اگر $a > A$ باشد، a را تقریب اضافی A می گوئیم.

ب - اگر $a < A$ باشد، a را تقریب نقصانی A می گوئیم.

نکته ۴: تقریب نقصانی یا اضافی موضوع مهم نیست بلکه فاصله بین a و A اهمیت دارد.



مقادیر خطا

۱. خطای مطلق

$$e(a) = |A - a|$$

مثال: اگر $A = \frac{1}{3}$ آنگاه $a=0.33$ یک تقریب نقصانی A باشد، داریم:

$$e(a) = \left| \frac{1}{3} - 0.33 \right| = \frac{1}{300}$$

```
>> format rat  
>> e=abs(1/3-0.33)  
e =  
    1/300
```

کد متلب

خطای مطلق حدی

در بیشتر مسائل مقدار واقعی A نامشخص است، مانند $\sqrt{2} = 1.4142 \dots$ در این حالت محاسبه مقدار $e(a)$ امکان پذیر نیست.

بنابراین بجای $e(a)$ از مقدار بزرگ تری به نام خطای مطلق حدی a (e_a) استفاده می شود.

نکته ۱: اگر a تقریبی از A باشد،

به هر عدد مثبت e_a که در نامساوی $e(a) \leq e_a$ صدق کند،

خطای مطلق حدی a گوییم.

نکته ۲: e_a منحصر به فرد نیست در حالی که $e(a)$ منحصر به فرد است.

$$A = \frac{2}{3}, \quad a = 0.67,$$

$$e_a = 0.004$$

$$e(a) = \left| \frac{2}{3} - \frac{67}{100} \right| = \frac{1}{300} = 0.0033 \dots$$

$a=0.67$ یک تقریب اضافی A است.

$$A = \frac{2}{3}, \quad a = 0.66,$$

$$e_a = 0.01$$

$$e(a) = \left| \frac{2}{3} - \frac{66}{100} \right| = \frac{2}{300} = 0.0066 \dots$$

$a=0.66$ یک تقریب نقصانی A است.

هر گاه e_a خطای مطلق حدی a به عنوان تقریبی از عدد A باشد، آنگاه داریم

$$|A - a| \leq e_a$$



$$a - e_a \leq A \leq a + e_a$$



$$A = a \pm e_a$$



مثال

فرض کنید $e_a = 0.003$, $a = 1.324$ بنابراین

$$e(a) = |A - a| \leq 0.003$$

$$-0.003 \leq A - a \leq 0.003 \rightarrow a - 0.003 \leq A \leq a + 0.003$$



$$1.321 \leq A \leq 1.327$$


خطای نسبی

معمولا خطای مطلق حدی و حتی خطای مطلق برای نشان دادن دقت یک عدد تقریبی کفایت نمی کنند. آن چه دقت یک تقریب را مشخص می کند خطا در واحد آن تقریب است.

$$\begin{array}{l} 10mm \pm 1mm \\ 1000mm \pm 1mm \end{array} \quad ?$$

تعریف: اگر a تقریبی از $A \neq 0$ باشد، کمیت زیر را خطای نسبی a می نامیم:

$$\delta(a) = \frac{|A - a|}{|A|} = \frac{e(a)}{|A|}$$

 مثال: اگر مقدار واقعی کمیتی 10^{14} باشد و خطای مطلق آن 10^7 باشد. در این حالت خطای مطلق قابل درک نیست.

$$\delta(a) = \frac{e(a)}{|A|} = \frac{10^7}{10^{14}} = 10^{-7}$$

نکته ۱: در محاسبه خطای نسبی اگر مقدار واقعی یک کمیت را نداشته باشیم از مقدار تقریبی آن استفاده می کنیم.

$$\delta(a) = \frac{e(a)}{|a|}$$

نکته ۲: خطای نسبی حدی را با علامت δ_a نشان می دهند و داریم

$$\delta(a) \leq \delta_a$$

انتشار خطا

اغلب حل یک مسئله مستلزم انجام عملیات حسابی روی اعداد می باشند و این عمل باعث انتشار خطا به نتیجه نهایی و رشد خطای آن می شود.

خطای حاصل جمع و تفریق

هر گاه a و b تقریبهایی از A و B و این اعداد همگی مثبت باشند و e_a و e_b به ترتیب خطاهای مطلق حدی a و b باشند و هر گاه e_c خطای مطلق حدی عدد $C=A+B$ باشد، در اینصورت

$$\begin{cases} a \cong A, & e_a \\ b \cong B, & e_b \\ C = A \pm B, & e_c \end{cases}$$

$$e_c \leq e_a + e_b$$

هرگاه اعداد $\sqrt{17}$ و $\sqrt{5}$ را تا سه رقم اعشار گرد کنیم:

۱. مطلوب است محاسبه $\sqrt{17} \pm \sqrt{5}$

۲. حداکثر خطای حاصل جمع و تفریق

$$\sqrt{17} = 4.123 + e_1,$$

$$e_1 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

$$\sqrt{5} = 2.236 + e_2,$$

$$e_2 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

$$\sqrt{17} + \sqrt{5} = (4.123 + 2.236) + e_3 = 6.359 + e_3$$

$$e_3 \leq e_1 + e_2 = 10^{-3}$$

$$6.359 - 10^{-3} \leq \sqrt{17} + \sqrt{5} \leq 6.359 + 10^{-3}$$

(۱)

$$\delta(a + b) \leq \max\{\delta(a), \delta(b)\}, \quad A, B > 0$$

(۲)

$$\delta(a - b) \leq \frac{a}{a - b} \delta(a) + \frac{a}{a - b} \delta(b)$$

رابطه ۲ نشان می دهد که اگر $a-b$ کوچک باشند آنگاه $\delta(a - b)$ ، ممکن است بسیار بزرگ باشد لذا باید تا جایی ممکن از تفریق اعداد نزدیک به یکدیگر خودداری کرد



خطای حاصلضرب

هر گاه $C=AB$ در اینصورت داریم

$$e_c \leq be_a + ae_b$$

نکته: در عمل تقسیم معمولاً به گونه ای عمل می شود که تقسیم تبدیل به عمل ضرب گردد.



مثال. مقدار $\pi\sqrt{2}$ را با چهار رقم اعشار محاسبه نمایید و حداکثر خطای این حاصل ضرب را نیز محاسبه کنید؟.

$$\pi = 3.1416 + e_1, \quad e_1 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4}$$

$$\sqrt{2} = 1.4142 + e_2, \quad e_2 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4}$$

$$\pi\sqrt{2} = (3.1416 \times 1.4142) + e_3$$

$$e_c \leq be_a + ae_b$$

$$\begin{aligned} e_3 &\leq (1.4142e_1 + 3.1416e_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 10^{-4}(1.4142 + 3.1416) = 2.779 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\pi\sqrt{2} = (3.1416 \times 1.4142) + e_3$$

>> 3.1416*1.4142

ans =

4.442850720000000

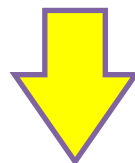
چون حاصل ضرب 3.1416 و 1.4142 در محاسبه $\pi\sqrt{2}$ بیشتر از چهار رقم دارد بنابراین هنگام نمایش حاصل ضرب دو عدد مذکور با چهار رقم اعشار خطای دیگری مرتکب شده ایم و خطای کل را با e'_3 نشان می دهیم.

$$\pi\sqrt{2} = 4.4429 + e'_3$$

$$\begin{aligned} e'_3 &\leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} + e_3 \\ &= 0.5 \times 10^{-4} + 2.2779 \times 10^{-4} \\ &= 2.7779 \times 10^{-4} \end{aligned}$$



$$4.4429 - 2.7779 \times 10^{-4} \leq \pi\sqrt{2} \leq 4.4429 + 2.7779 \times 10^{-4}$$



$$4.4426 \leq \pi\sqrt{2} \leq 4.4432$$

حاصل ضرب دو عدد تقریبی دارای **خطای بیشتر** از حاصل جمع و یا تفاضل اعداد تقریبی است.

این خطا **برای a و b بزرگ** می تواند مقداری قابل توجه باشد.
اما هرگاه اعداد تقریبی که در هم ضرب می شوند **کمتر یا مساوی یک** باشند، خطای حاصل ضرب آنها در حد قابل قبول قرار خواهد داشت.

$$4.4429 - 2.7779 \times 10^{-4} \leq \pi\sqrt{2} \leq 4.4429 + 2.7779 \times 10^{-4}$$



$$1.7274 - 10^{-4} \leq \pi - \sqrt{2} \leq 1.7274 + 10^{-4}$$



حداکثر خطا در حاصل ضرب سه عدد تقریبی

$$\begin{cases} a \cong A, & e_a \\ b \cong B, & e_b \\ c \cong C, & e_c \end{cases}$$

خطای مطلق حدی حاصل ضرب سه عدد:

$$e_{abc} \leq abe_c + ace_b + bce_a$$

مثال. هر گاه اعداد را تا سه رقم اعشار گرد کنیم، عبارت x را محاسبه نمایید. خطای مطلق حدی این عبارت را محاسبه نمایید؟.

$$x = \frac{\pi}{3\sqrt{5}}$$

حل:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{3\sqrt{5}} = \pi \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \pi \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \sqrt{5} \\ &= \pi \times \frac{1}{3} \times 0.2 \times \sqrt{5} = 0.2 \times \pi \times \frac{1}{3} \times \sqrt{5} \end{aligned}$$

مقدار 0.2 به طور دقیق مشخص است و بنابراین خطای آن صفر است.

$$\pi = 3.142 + e_1, \quad e_1 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

$$\sqrt{5} = 2.236 + e_2, \quad e_2 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

$$\frac{1}{3} = 0.333 + e_3, \quad e_3 \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

$$x = 0.2 \times 3.142 \times 2.236 \times 0.333 + e_x = 0.468 + e'_x$$

چونکه حاصل ضرب این اعداد بیش از سه رقم اعشار دارند بنابراین خطای دیگری مرتکب شده ایم که به آن خطای مطلق حدی کل (e'_x) می گویند.

$$e'_x \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3} + e_x$$



$$\begin{aligned} e_x &\leq 0.2[2.236 \times 0.333 \times e_1 + 3.142 \times 0.333 \times e_2 + 3.142 \\ &\quad \times 2.236 \times e_3] \\ &= 0.2 \times \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 8.816 = 8.816 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

خطای مطلق حدی کل

$$e'_x \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3} + 8.816 \times 10^{-4} = 1.382 \times 10^{-3}$$

خطای محاسبه فرمول ها

هر گاه تابعی n متغیره به صورت $w = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

داشته باشیم و بخواهیم مقدار این تابع را در نقاط $A_i = a_i + e_{a_i}$ برای $i = 1, \dots, n$ حساب کنیم. داریم

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) = f(a_1, a_2, \dots, a_n) + e_f$$

$$e_f \leq e_{a_1} \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{\mathbf{a}} + e_{a_2} \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_{\mathbf{a}} + \dots + e_{a_n} \frac{\partial f}{\partial x_n} \Big|_{\mathbf{a}}$$

$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ بردار مقادیر تقریبی a_i

$\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{a}}$ مقدار تابع $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ به ازای بردار \mathbf{a}



مثال. حجم کره ای به شعاع $\frac{5}{3}m$ ،

را حساب کرده و حداکثر خطای این محاسبه را بدست آورید. اعداد را تا چهار رقم اعشار گرد کنید.

حل

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \longrightarrow \quad V = xyz^3$$

$$x = \frac{4}{3} = 1.3333 + e_x,$$

$$e_x \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4}$$

$$y = \pi = 3.1416 + e_y,$$

$$e_y \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4}$$

$$z = \frac{5}{3} = 1.6667 + e_z,$$

$$e_z \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4}$$



$$V = xyz^3$$

$$V = (1.3333)(3.1416)(1.6667)^3 + e_V = 19.3933 + e'_V$$

$$e'_V \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} + e_V$$

و

$$e_V \leq e_x \frac{\partial V}{\partial x} + e_y \frac{\partial V}{\partial y} + e_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$e_V \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} \{yz^3 + xz^3 + 3xyz^2\}$$



$$\mathbf{a} = (1.3333, 3.1416, 1.6667)$$

$$e_v \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} (14.5453 + 6.1731 + 34.9072) = 0.0028$$

$$e'_v \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} + 0.0028 = 0.00285$$

$$V = 19.3933 \pm 0.00285$$

خطای محاسبه توابع

در بیشتر مسائل محاسبات عددی نیاز به محاسبه توابعی مانند زیر می باشند:

$$\ln x, \sqrt{x}, \sin x, \dots$$

در محاسبه این توابع علاوه بر **خطای موجود در نمایش x خطای دیگری** نیز وارد می شود.

به طور مثال مقدار عبارت زیر برای $x = \frac{1}{3}$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$



چون محاسبه حاصل جمع بینهایت جمله (عدد) عملاً امکانپذیر نیست، معمولاً تعدادی متناهی از جملات نخست این سری، متناسب با دقت لازم، انتخاب و به ازای x محاسبه می شود.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + E_n(x)$$

$$E_n(x) = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} + \frac{x^{n+2}}{(n+2)!} + \dots$$

$E_n(x)$ باقیمانده سری یا خطای برشی در x نامیده می شود.



در عمل از تقریب x برای محاسبه n جمله اول سری استفاده می شود.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}, x = \frac{1}{3}$$

مثال. اگر بخواهیم عبارت بالا را با خطای کمتر از 10^{-3} محاسبه کنیم.
داریم

$$|E_n(x)| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

نکته: برای محاسبه n ، معمولاً از اولین جمله $E_n(x)$ استفاده می شود

$$E_n(x) \cong \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$$



بنابراین برای محاسبه $e^{\frac{1}{3}}$ با خطای کمتر از 10^{-3}

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2} \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4}$$

برای $n \geq 4$ نامساوی برقرار است.

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{9}}{2} + \frac{\frac{1}{27}}{6} + \frac{\frac{1}{81}}{24}$$



کد متلب

```
>> n=2;  
>> f=((1/3)^(n+1))/factorial(n+1)  
f =  
    0.006172839506173  
>> f<=(5*10^-4)  
ans =  
    0  
  
>> n=4;  
>> f=((1/3)^(n+1))/factorial(n+1)  
f =  
    3.429355281207132e-005  
>> f<=(5*10^-4)  
ans =  
    1
```



خطای محاسبه این مجموع باید چنان کوچک باشد که در مقایسه با خطای برشی، قابل اغماض یا حداکثر در حدود آن باشد. بنابراین داریم

$$\frac{1}{3} = 0.3333(4D)$$

$$e^{\frac{1}{3}} \cong 1 + 0.3333 + 0.0556 + 0.0062 + 0.0005 \\ = 1.3956$$

$$e^{\frac{1}{3}} \cong 1.396(3D)$$

```
>> format short
```

```
>> 1+1/3+9^-1/2+27^-1/6+81^-1/24
```

```
ans =
```

```
1.3956
```



نکته:

هرگاه نتیجه یک عبارت را تا n رقم اعشار بخواهیم،

محاسبات میانی را با $(n+1)$ رقم اعشار انجام داده

و نتیجه نهایی را در آخر کار با n رقم اعشار ارائه می نماییم.



$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \quad \text{for all } x$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \quad \text{for all } x$$

$$\tan x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}(-4)^n(1-4^n)}{(2n)!} x^{2n-1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \quad \text{for } |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$A = a + e_a$$

$$B = b + e_b$$

$$AB = (a + e_a) \cdot (b + e_b) = ab + ae_b + be_a + e_a e_b$$

به دلیل کوچک بودن عبارت $e_a e_b$ از آن صرف نظر می کنیم.

$$AB - ab = ae_b + be_a$$

خطای حاصل ضرب برابر است با

$$|ae_b + be_a| \leq |ae_b| + |be_a|$$

$$|ae_b + be_a| \leq |a| \times \frac{1}{2} \times 10^{-k_a} + |b| \times \frac{1}{2} \times 10^{-k_b}$$



Example

The strain in an axial member of a square cross-section is given by:

$$\epsilon = \frac{F}{h^2 E}$$

where

F=axial force in the member, N

h= length or width of the cross-section, m

E=Young's modulus, Pa

Given

$$F = 72 \pm 0.9 \text{ N} \quad h = 4 \pm 0.1 \text{ mm} \quad E = 70 \pm 1.5 \text{ GPa}$$

Find the maximum possible error in the measured strain.?



Solution

$$\epsilon = \frac{72}{(4 \times 10^{-3})^2 (70 \times 10^9)} = 64.286 \times 10^{-6} = 64.286 \mu$$

$$\Delta \epsilon = \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial F} \Delta F \right| + \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial h} \Delta h \right| + \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial E} \Delta E \right|$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial F} = \frac{1}{h^2 E} \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial h} = -\frac{2F}{h^3 E} \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial E} = -\frac{F}{h^2 E^2}$$

$$\Delta \epsilon = \left| \frac{1}{h^2 E} \Delta F \right| + \left| \frac{2F}{h^3 E} \Delta h \right| + \left| \frac{F}{h^2 E^2} \Delta E \right| = \left| \frac{1}{(4 \times 10^{-3})^2 (70 \times 10^9)} \times 0.9 \right| + \left| \frac{2 \times 72}{(4 \times 10^{-3})^3 (70 \times 10^9)} \times 0.0001 \right| + \left| \frac{72}{(4 \times 10^{-3})^2 (70 \times 10^9)^2} \times 1.5 \times 10^9 \right|$$

$$= 8.0357 \times 10^{-7} + 3.2143 \times 10^{-6} + 1.3776 \times 10^{-6} = 5.3955 \times 10^{-6} = 5.3955 \mu$$

Hence

$$\epsilon = (64.286 \mu \pm 5.3955 \mu)$$

implying that the axial strain, ϵ is between 58.8905μ and 69.6815μ



Problem with Patriot missile فکر کنید؟

- ✓ Clock cycle of 1/10 seconds was represented in 24-bit fixed point register created an error of 9.5×10^{-8} seconds.
- ✓ The battery was on for 100 consecutive hours, thus causing an inaccuracy of

$$= 9.5 \times 10^{-8} \frac{s}{0.1s} \times 100\text{hr} \times \frac{3600s}{1\text{hr}} = 0.342s$$

